

УДК 624.014

Перетятко Ю.Г., Чередник Д.Л., Агеенко С.Б., Ляшенко И.Ю.,
Бикметов А., Тораев М.

Харьковский национальный университет строительства и архитектуры

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЗАПАСОВ УСТОЙЧИВОСТИ ВЕРХНЕЙ ЧАСТИ
СТУПЕНЧАТОЙ КОЛОННЫ СТАЛЬНОГО КАРКАСА В ПЛОСКОСТИ И ИЗ
ПЛОСКОСТИ**

Постановка проблемы. В новых нормах по проектированию стальных конструкций [1] расчет местной устойчивости стенки двутавра верхней части ступенчатой колонны связан с условиями:

$$c \cdot \varphi_y > \varphi_{ex}, \text{ или } c \cdot \varphi_y \leq \varphi_{ex}. \quad (1)$$

Устойчивость верхней части ступенчатой колонны в плоскости и из ее плоскости в соответствии с [1] проверяют по формулам:

$$\sigma = \frac{N}{\varphi_e \cdot A} \leq R_y \cdot \gamma_c,$$

$$\sigma = \frac{N}{c \cdot \varphi_y \cdot A} \leq R_y \cdot \gamma_c. \quad (2)$$

Из (2) следует, что при $c \cdot \varphi_y > \varphi_{ex}$ - запас устойчивости из плоскости больше; при $c \cdot \varphi_y < \varphi_{ex}$ - запас устойчивости из плоскости меньше.

Предварительный подбор сечения верхней части колонны традиционно [2-5] начинают с использованием первого выражения (2), т.е. принимая условие $c \cdot \varphi_y > \varphi_{ex}$. Однако, достаточно часто встречаются случаи, когда в окончательных конструктивных расчетах верхней части колонны данное условие не выполняется, а выполняется условие $c \cdot \varphi_y < \varphi_{ex}$.

Проблема заключается в необходимости исследования условий, при которых реализуется либо первое соотношение (1), либо (2).

Цель работы состоит в анализе запасов устойчивости верхней части ступенчатой колонны стального каркаса в ее плоскости и из плоскости.

Содержание и результаты работы. Исходя из общепринятой методики компоновки вертикальных размеров поперечной рамы (рис. 1) [2-5], проведем сравнительный анализ запасов устойчивости

верхней части ступенчатой колонны стального каркаса в плоскости и из плоскости.

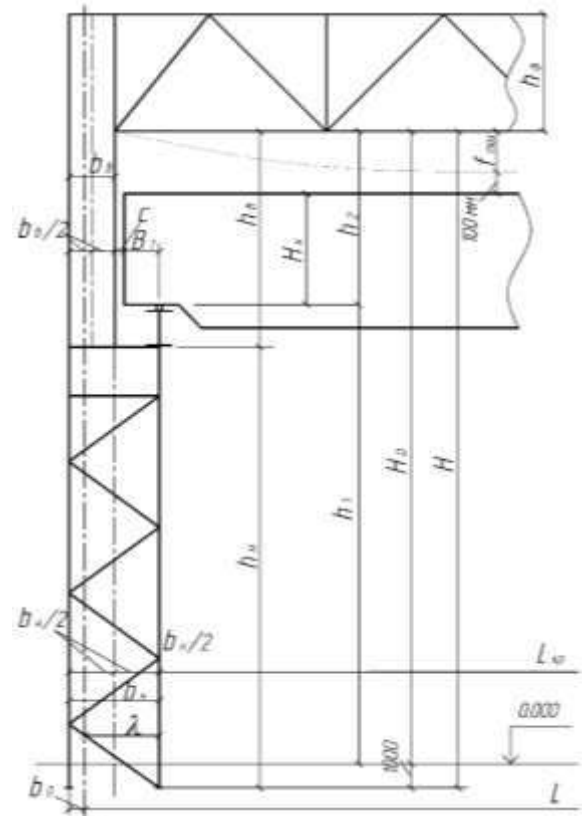


Рис. 1. Геометрические размеры поперечной рамы

Как правило, в расчетах верхней части колонны коэффициент приведения к расчетной длине для верхней части колонны в плоскости поперечной рамы $\mu_{2,x} > 3$. Однако в соответствии с [1], п. С.2 приложения С, он не должен быть более 3.0, в связи с чем окончательно принимают $\mu_{2,x} = 3$.

Тогда расчетная длина верхней части колонны в плоскости поперечной рамы будет: $l_{ef,x}^e = \mu_{2,x} \cdot h_g = 3,0 \cdot h_g$, (3)

где h_g - геометрическая длина верхней части колонны (рис. 2).

Расчетная длина верхней части колонны из плоскости поперечной рамы (рис. 2) равна:

$$l_{ef,y}^e = \mu_{2,y} \cdot (h_e - h_{n.б.}) = 1 \cdot (h_e - h_{n.б.}) = h_e - h_{n.б.} \quad (4)$$

Геометрическая длина верхней части колонны h_e (рис. 1) включает в себя:

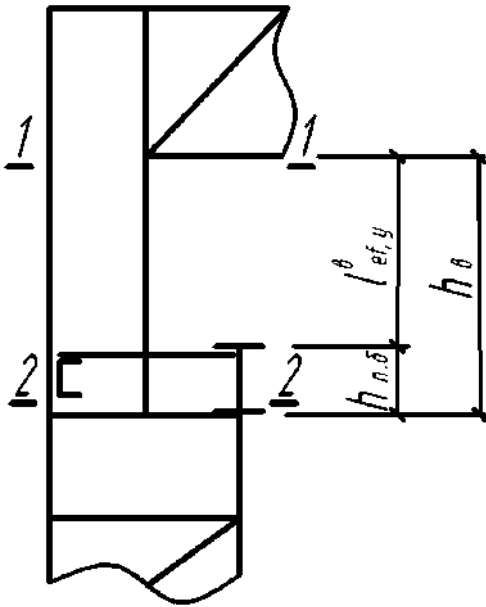


Рис. 2. К определению $l_{ef,y}^e$

$$h_e = h_{n.б.} + h_p + H_k + f_{max} + 100 \text{ мм}, \quad (5)$$

где $h_{n.б.}$ – высота подкрановой балки, предварительно принимаемая равной 1 м при шаге колонн 6 м; h_p – высота кранового рельса, определяем из каталога на краны ($h_p=130...170$ мм); $H_k = 4000$ мм – высота крана с тележкой над отм. У.Г.Р., выбирается по каталогу на краны ($H_k=3150...4000$ мм); f_{max} – размер, учитывающий максимальный прогиб конструкций покрытия и высоту выступающих вниз элементов связей, предварительно принимаемый равным 200...400 мм; 100 мм – минимальный зазор между верхним габаритом крана и низом строительных конструкций покрытия, принимаемый по требованиям техники безопасности.

С учетом выше приведенного, по формуле (5) находим, что размер h_e практически лежит в интервале:

$$h_e = 4,58...5,67 \text{ м}. \quad (6)$$

Из (4) с учетом (5) следует:

$$l_{ef,y}^e = h_p + H_k + f_{max} + 100 \text{ мм}, \quad (7)$$

т.е. размер $l_{ef,y}^e$ с учетом выше приведенного практически лежит в интервале:

$$l_{ef,y}^e = 3,58...4,67 \text{ м}. \quad (8)$$

Из (6), (8) имеем соотношение:

$$l_{ef,y}^e = (0,78...0,82) \cdot h_e. \quad (9)$$

Покажем, что у двутавров (рис. 3) с общепринятой шириной полок [4-8]

$$b_f = \left(\frac{1}{5} \dots \frac{1}{3}\right) \cdot h \quad (10)$$

всегда имеют место соотношения:

$$I_x > I_y, \quad i_x > i_y. \quad (11)$$

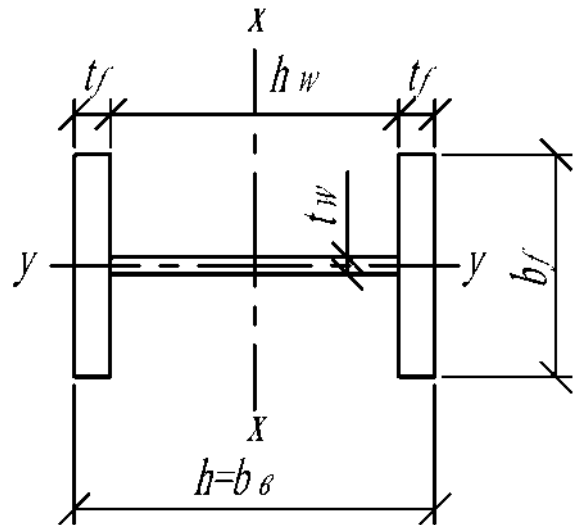


Рис. 3. Сечение верхней части колонны.

Запишем выражения моментов инерции сечения двутавра (рис. 3) с некоторыми допустимыми упрощениями:

$$I_y = 2 \cdot \frac{t_f \cdot b_f^3}{12} + \frac{h_w \cdot t_w^3}{12} \approx \frac{t_f \cdot b_f^3}{6}; \quad (12)$$

$$I_x = \frac{t_w \cdot h^3}{12} + 2 \cdot \left[\frac{b_f \cdot t_f^3}{12} + A_f \cdot \left(\frac{h_w}{2} + \frac{t_f}{2} \right)^2 \right] \approx \frac{t_w \cdot h^3}{12} + 2 \cdot b_f \cdot t_f \cdot \frac{h^2}{4}$$

$$\text{или } I_x \approx \frac{t_w \cdot h^3}{12} + b_f \cdot t_f \cdot \frac{h^2}{2}. \quad (13)$$

Примем соотношения размеров сечения двутавра (рис. 3) в виде:

$$b_f = K_1 \cdot h; \quad t_f = K_2 \cdot t_w. \quad (14)$$

Подставим (14) в (12), (13):

$$I_y \approx \frac{K_2 \cdot t_w \cdot (K_1 \cdot h)^3}{6} \approx \frac{t_w \cdot h^3}{6} \cdot K_1^3 \cdot K_2; \quad (15)$$

$$I_x \approx \frac{t_w \cdot h^3}{12} + K_1 \cdot h \cdot K_2 \cdot t_w \cdot \frac{h^2}{2} =$$

или

$$= \frac{t_w \cdot h^3}{12} + K_1 \cdot K_2 \cdot t_w \cdot \frac{h^3}{2}$$

$$I_x \approx \frac{t_w \cdot h^3}{12} \cdot (1 + 6 \cdot K_1 \cdot K_2). \quad (16)$$

Рассмотрим соотношение I_x/I_y с учетом (16), (15):

$$\frac{I_x}{I_y} \approx \frac{\frac{t_w \cdot h^3}{12} \cdot (1 + 6 \cdot K_1 \cdot K_2)}{\frac{t_w \cdot h^3}{6} \cdot K_1^3 \cdot K_2} \approx$$

$$\approx \frac{(1 + 6 \cdot K_1 \cdot K_2)}{2 \cdot K_1^3 \cdot K_2} \quad (17)$$

Также запишем в общем виде соотношение радиусов инерции сечения:

$$\frac{i_x}{i_y} = \frac{\sqrt{\frac{I_x}{A}}}{\sqrt{\frac{I_y}{A}}} = \sqrt{\frac{I_x}{I_y}} \approx \sqrt{\frac{(1 + 6 \cdot K_1 \cdot K_2)}{2 \cdot K_1^3 \cdot K_2}}. \quad (18)$$

Рассмотрим случаи практических соотношений (14).

Пусть в соответствии с (10): $b_f = \frac{h}{5}$ и, соответственно, $K_1 = 0,2$.

Пусть $t_f = 1,2 \cdot t_w$, что имеет место в реальных конструкциях:

$$t_f = (1,2 \dots 3,0) \cdot t_w. \quad (19)$$

Тогда $K_2 = 1,2$.

Подставляем принятые значения $K_1 = 0,2$ и $K_2 = 1,2$ в (17), (18):

$$\frac{I_x}{I_y} \approx \frac{(1 + 6 \cdot 0,2 \cdot 1,2)}{2 \cdot 0,2^3 \cdot 1,2} = 127,08,$$

$$\frac{i_x}{i_y} = \sqrt{127,08} = 11,27. \quad (20)$$

Пусть $K_1 = 0,2$, $K_2 = 3,0$, тогда по (17), (18) имеем:

$$\frac{I_x}{I_y} \approx \frac{(1 + 6 \cdot 0,2 \cdot 3,0)}{2 \cdot 0,2^3 \cdot 3,0} = 95,83,$$

$$\frac{i_x}{i_y} = \sqrt{95,83} = 9,79. \quad (21)$$

Пусть в соответствии с (10): $b_f = \frac{h}{3}$ и, соответственно, $K_1 = 0,333$; $K_2 = 1,2$, тогда по (17), (18) имеем:

$$\frac{I_x}{I_y} \approx \frac{(1 + 6 \cdot 0,333 \cdot 1,2)}{2 \cdot 0,333^3 \cdot 1,2} = 38,34,$$

$$\frac{i_x}{i_y} = \sqrt{38,34} = 6,19. \quad (22)$$

Пусть $K_1 = 0,333$, $K_2 = 3,0$, тогда по (17), (18) имеем:

$$\frac{I_x}{I_y} \approx \frac{(1 + 6 \cdot 0,333 \cdot 3,0)}{2 \cdot 0,333^3 \cdot 3,0} = 31,57,$$

$$\frac{i_x}{i_y} = \sqrt{31,57} = 5,62. \quad (23)$$

Как видим, при удовлетворении условий (10), (19) имеют место соотношения:

$$\frac{i_x}{i_y} \approx 5,62 \dots 11,27, \quad i_x \approx (5,62 \dots 11,27) \cdot i_y. \quad (24)$$

Вычисляем гибкости верхней части колонны в плоскости и из плоскости поперечной рамы с учетом (3), (9), (24):

$$\lambda_x = \frac{l_{ef,x}^e}{i_x} \approx \frac{3,0 \cdot h_e}{(5,62 \dots 11,27) \cdot i_y}; \quad (25)$$

$$= (0,534 \dots 0,266) \cdot \frac{h_e}{i_y}$$

$$\lambda_y = \frac{l_{ef,y}^e}{i_y} = (0,78 \dots 0,82) \cdot \frac{h_e}{i_y}. \quad (26)$$

Из сравнения выражений (25), (26) имеем случай: $\lambda_y > \lambda_x$, (27)

т.е. при удовлетворении соотношениям (10), (19) гибкость верхней части колонны из ее плоскости всегда больше, чем ее гибкость в ее плоскости:

$$\frac{\lambda_y}{\lambda_x} \approx 1,46 \dots 3,08,$$

$$\lambda_y \approx (1,46 \dots 3,08) \cdot \lambda_x. \quad (28)$$

Традиционно в известной литературе [2-5] для подбора сечения верхней части колонны используют условие ее устойчивости в плоскости поперечной рамы (первое выражение в (2)), из которого находят требуемую площадь сечения двутавра:

$$A_{\text{треб}} = \frac{N_{\text{соотв}}}{\varphi_e \cdot R_y \cdot \gamma_c}, \quad (29)$$

предварительно задав гибкость колонны в ее плоскости $\lambda_x = 50 \dots 90$ и вычислив реальный абсолютный и приближенные: относительный и приведенный относительный эксцентриситеты:

$$e_x = \frac{M_{\max}}{N_{\text{соемс}}}; m_x \approx \frac{e_x}{0.45 \cdot h};$$

$$m_{ef} \approx \eta \cdot m_x, \quad (30)$$

после чего по табл. Ж.3 приложения Ж [1] принимают начальное значение коэффициента φ_e как функцию величин $\bar{\lambda}_x$ и m_{ef} .

При $\lambda_x = 50 \dots 90$ имеем соответственно: $\bar{\lambda}_x = 1,6 \dots 2,9$, (31)

вычисленное при $R_y = 21 \text{ кН} / \text{см}^2$ по формуле:

$$\bar{\lambda}_x = \lambda_x \cdot \sqrt{\frac{R_y}{E}}. \quad (32)$$

Значение m_x практически изменяется в пределах: $1 < m_x < 15$. (33)

Коэффициент влияния формы сечения для двутавра: $\eta = 1,2 \dots 1,25$. (34)

Тогда приведенный относительный эксцентриситет будет изменяться в пределах: $1,2 < m_{ef} < 18,75$. (35)

С учетом (31), (35) по табл. Ж.3 приложения Ж [1] устанавливаем пределы изменения коэффициента φ_e :

$$0,5 > \varphi_e = f(\bar{\lambda}_x; m_{ef}) > 0,07. \quad (36)$$

Заметим, что в соответствии с требованиями [1], табл.13.9, фактическая максимальная гибкость не должна превышать предельной, вычисляемой по формуле:

$$\lambda_{\text{пред}} = 180 - 60 \cdot \alpha, \quad (37)$$

или с учетом значений $\alpha = 0,5 \dots 1,0$:

$$\lambda_{\text{пред}} = 120 \dots 150. \quad (38)$$

При $\lambda_y = \lambda_{\text{пред}} = 150$ из (28) имеем


$$(1,46 \dots 3,08) \cdot \lambda_x = 150,$$

$$\text{откуда } \lambda_x = 102,74 \dots 48,7. \quad (39)$$

При $\lambda_y = \lambda_{\text{пред}} = 120$ из (28) следует:

$$(1,46 \dots 3,08) \cdot \lambda_x = 120,$$

$$\text{откуда } \lambda_x = 82,19 \dots 38,96, \quad (40)$$

 т.е. интервал изменения гибкости λ_x равен: $0 < \lambda_x \leq 102,74$ (41)

и, соответственно, интервал изменения гибкости λ_y равен: $0 < \lambda_y \leq 150$. (42)

При $\lambda_y = 150$ имеем соответственно:

$$\bar{\lambda}_y = \lambda_y \cdot \sqrt{\frac{R_y}{E}} = 150 \cdot \sqrt{\frac{21}{20600}} = 4,79, \quad (43)$$

вычисленное по формуле, аналогичной (32), т.е.: $0 < \bar{\lambda}_y \leq 4,79$. (44)

По табл. Ж.1 приложения Ж [1] для $\bar{\lambda}_y = 4,79$ и типа кривой устойчивости «b» находим наименьшее значение соответствующего коэффициента продольного изгиба: $\varphi_y = 0,331$, т.е. имеем интервал: $1,0 > \varphi_y \geq 0,331$. (45)

Значение φ_y входит в условие обеспечения общей устойчивости верхней части колонны из ее плоскости (второе выражение в (2)):

В (2) также входит коэффициент c , учитывающий влияние изгибающего момента M на снижение запаса устойчивости сжато-изогнутого стержня по сравнению с центрально сжатым, а также учитывающий изгибно-крутильную форму потери устойчивости из плоско-сжато-изогнутого стержня.

Попробуем установить интервал значений для коэффициента c .

В соответствии с п. 10.2.5 [1] значение коэффициента c зависит от значений m_x и $\bar{\lambda}_y$ (или, что то же, от φ_y).

Так, при $m_x \leq 5$:

$$c = \frac{\beta_c}{1 + \alpha_c \cdot \nu \cdot m_x} \leq 1, \quad (46)$$

где α_c , ν , β_c - принимают по табл. 10.2 [1]:

$$\text{При } m_x \geq 10: c = \frac{1}{1 + m_x \cdot \frac{\varphi_y}{\varphi_b}}, \quad (47)$$

где φ_b в соответствии с п. 9.4.1 и приложением Н [1] определяется, как для балки с двумя и более закреплениями сжатого пояса.

При $5 < m_x < 10$:

$$c = c_5 \cdot (2 - 0,2 \cdot m_x) + c_{10} \cdot (0,2 \cdot m_x - 1), \quad (48)$$

где $c_5 = \frac{\beta_c}{1 + \alpha_c \cdot \nu \cdot m_{x,5}} \leq 1$, (49)

$$c_{10} = \frac{1}{1 + m_{x,10} \cdot \frac{\varphi_y}{\varphi_b}}, \quad (50)$$

$m_{x,5} = 5$ (т.е. при $m_x = 5$); $m_{x,10} = 10$ (т.е. при $m_x = 10$);

Коэффициент α_c в зависимости от значений $0 \leq m_x \leq 5$ в соответствии с табл. 10.2 [1] изменяется в пределах:

$$0,7 \leq \alpha_c \leq 0,9. \quad (51)$$

Коэффициент β_c зависит от условия:

если $\bar{\lambda}_y \leq 3,14$, то $\beta_c = 1$; (52)

если $\bar{\lambda}_y > 3,14$, то $\beta_c = \sqrt{\frac{\varphi_c}{\varphi_y}}$, (53)

где φ_c - по табл. Ж.1 приложения Ж [1] при $\bar{\lambda}_y = 3,14$ и для типа кривой устойчивости «b» - см табл. 8.1: $\varphi_c = 0,615$. (54)

Тогда с учетом (46) при $\varphi_y = 0,331$ ($\bar{\lambda}_y > 3,14$) получаем:

$$\beta_c = \sqrt{\frac{\varphi_c}{\varphi_y}} = \sqrt{\frac{0,615}{0,331}} = 1,363; \quad (55)$$

при $\varphi_y = 0,615$ ($\bar{\lambda}_y \leq 3,14$): $\beta_c = 1$, т.е. $1 \leq \beta_c \leq 1,363$. (56)

В соответствии с табл. 10.2 для 1-го типа сечения (симметричный двутавр):

$$\nu = 1 - \frac{\bar{\lambda}_y}{14} \cdot (2,12 - \frac{b}{h}). \quad (57)$$

Установим пределы изменения значе- ний коэффициента ν .

1) Пусть $\frac{b}{h} = \frac{b_f}{h} = \frac{1}{3} = 0,333$. Тогда с учетом (45) из (57) имеем:

при $\bar{\lambda}_y = 0$: $\nu = 1$,

при $\bar{\lambda}_y = 4,79$:

$$\nu = 1 - \frac{4,79}{14} \cdot (2,12 - 0,333) = 0,3886. \quad (58)$$

2) Пусть $\frac{b}{h} = \frac{b_f}{h} = \frac{1}{5} = 0,2 < 0,3$, тогда в соответствии с примечанием 2 к табл.

10.2 принимаем $\frac{b_f}{h} = 0,3$. Тогда с учетом

(45) из (57) имеем:

при $\bar{\lambda}_y = 0$: $\nu = 1$;

при $\bar{\lambda}_y = 4,79$:

$$\nu = 1 - \frac{4,79}{14} \cdot (2,12 - 0,3) = 0,3773. \quad (59)$$

Поскольку нас интересует наимень- шее возможное значение коэффициента c , то, исходя из (46), при $\bar{\lambda}_y = 4,79$ при- нимаем: $\nu = 0,3886$, т.е. $0,3886 \leq \nu \leq 1$ при $4,79 \geq \bar{\lambda}_y > 0$. (60)

В частности, при $\bar{\lambda}_y = 3,14$ и $\frac{b_f}{h} = 0,333$ из (57) имеем:

$$\nu = 1 - \frac{3,14}{14} \cdot (2,12 - 0,333) = 0,599. \quad (61)$$

Тогда при $0 \leq m_x \leq 5$ из (49) с учетом (51), (56), (60), (61) для вычисления коэф- фициента c имеем следующие случаи:

1) $0 < m_x \leq 1$:

а) $m_x = 0$: $c = 1$ - независимо от зна- чений $\bar{\lambda}_y$;

б) $m_x = 1$, $\bar{\lambda}_y = 0$: $\alpha_c = 0,7$, $\beta_c = 1$,

$$\nu = 1 \text{ и } c = \frac{1}{1 + 0,7 \cdot 1 \cdot 1} = 0,588 < 1; \quad (62)$$

в) $m_x = 1$, $\bar{\lambda}_y = 3,14$: $\alpha_c = 0,7$, $\beta_c = 1$, $\nu = 0,599$ и $c = 0,705 < 1$; (63)

г) $m_x = 1$, $\bar{\lambda}_y = 4,79$: $\alpha_c = 0,7$, $\beta_c = 1,363$, $\nu = 0,3886$ и $c = 1,072 > 1$, т.е. $c = 1$.

2) $1 < m_x \leq 5$:

а) $m_x = 5$, $\bar{\lambda}_y = 0$: $\alpha_c = 0,9$, $\beta_c = 1$,

$$\nu = 1 \text{ и } c = \frac{1}{1 + 0,9 \cdot 1 \cdot 5} = 0,182 < 1; \quad (64)$$

б) $m_x = 5$, $\bar{\lambda}_y = 3,14$: $\alpha_c = 0,9$, $\beta_c = 1$, $\nu = 0,599$ и $c = 0,271 < 1$; (65)

в) $m_x = 5$, $\bar{\lambda}_y = 4,79$: $\alpha_c = 0,9$, $\beta_c = 1,363$, $\nu = 0,3886$ и $c = 0,505 < 1$. (66)

Коэффициент φ_b , входящий в (47), как показывают численные расчеты кол- онн, в большинстве случаев принимает

значение $\varphi_b = 1$, либо меньше его до 3%.
Поэтому, примем $\varphi_b = 1$.

Тогда при $m_x \geq 10$ выражение (47) представим в упрощенном виде:

$$c = \frac{1}{1 + m_x \cdot \varphi_y} \quad (67)$$

Из (67) с учетом (33), (45), (54) для вычисления коэффициента c при $m_x \geq 10$ имеем следующие случаи:

1) $m_x = 10$:

а) $\bar{\lambda}_y = 0, \varphi_y = 1: c = \frac{1}{1 + 10 \cdot 1} = 0,0909;$

б) $\bar{\lambda}_y = 3,14, \varphi_y = 0,615: c = 0,14;$

в) $\bar{\lambda}_y = 4,79, \varphi_y = 0,331: c = 0,232; \quad (68)$

2) $m_x = 15$:

а) $\bar{\lambda}_y = 0, \varphi_y = 1: c = \frac{1}{1 + 15 \cdot 1} = 0,0625;$

б) $\bar{\lambda}_y = 3,14, \varphi_y = 0,615: c = 0,098;$

в) $\bar{\lambda}_y = 4,79, \varphi_y = 0,331: c = 0,168. \quad (69)$

Результаты расчетов сведены в табл. 1.

В общем для внецентренно-сжатых и сжато-изогнутых колонн из двутавров теоретически можно выделить **2 основных случая**:

- **1-ый случай:** значение относительного эксцентриситета m_x для расчета колонны на устойчивость в плоскости и из плоскости одно и то же;
- **2-ой случай:** значения относительных эксцентриситетов m_x для расчета колонны на устойчивость в плоскости и из плоскости различные.

В случае ступенчатой колонны поперечной рамы для расчета на устойчивость ее верхней части из плоскости в соответствии с [1], п. 10.2.6, значение m_x вычисляется не по максимальному моменту M_1 (рис. 4), а по расчетному моменту M_x , вычисляемому по формуле:

$$M_x = M_2 + \frac{(M_1 - M_2)}{h_g} \cdot (h_g - \frac{1}{3} \cdot l_{ef,y}^e). \quad (70)$$

Как следует из многочисленных расчетов вариантов однопролетных поперечных рам стальных каркасов, как правило, имеет место соотношение:

$$M_2 = \left(\frac{1}{3} \dots \frac{2}{3}\right) \cdot M_1 \quad (71)$$

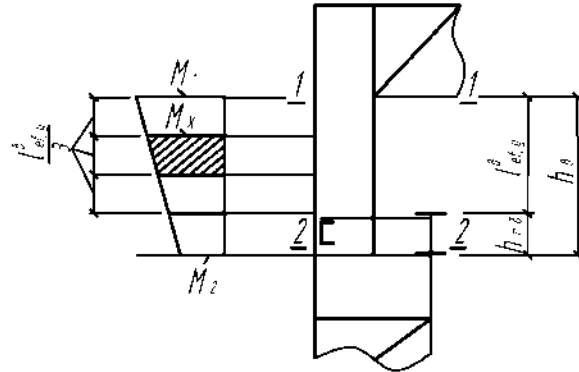


Рис. 4. К определению расчетного значения момента.

Сравним значения моментов M_1 и M_x и, соответственно определим степень уменьшения значения относительного эксцентриситета m_x , используемого при проверке устойчивости верхней части ступенчатой колонны из ее плоскости.

Пусть $M_2 = M_1 / 3$. (72)

Подставим (72) в (70) и с учетом (4) выполним очевидные преобразования:

$$M_x = \frac{M_1}{3} \cdot \left(1 + \frac{2}{3} \cdot \left(2 + \frac{h_{n.\delta.}}{h_g}\right)\right). \quad (73)$$

Пусть шаг колонн $B = 6\text{ м}$ и высота подкрановой балки $h_{n.\delta.} = 1\text{ м}$.

Тогда в соответствии с (6):

при $h_g = 4,58\text{ м}$ из (73) следует:

$$M_x = \frac{M_1}{3} \cdot \left(1 + \frac{2}{3} \cdot \left(2 + \frac{1,0}{4,58}\right)\right) = 0,826 \cdot M_1, \text{ т.е.}$$

на 17,4% меньше;

при $h_g = 5,67\text{ м}$ из (73) имеем:

$$M_x = \frac{M_1}{3} \cdot \left(1 + \frac{2}{3} \cdot \left(2 + \frac{1,0}{5,67}\right)\right) = 0,817 \cdot M_1, \text{ т.е.}$$

на 18,3% меньше.

Пусть $M_2 = 2/3 \cdot M_1$. (74)

Подставим (74) в (70) и с учетом (4) выполним очевидные преобразования:

$$M_x = \frac{M_1}{3} \cdot \left(2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 + \frac{h_{n.\delta.}}{h_g}\right)\right). \quad (75)$$

При $h_g = 4,58\text{ м}$ из (75) следует:

$$M_x = \frac{M_1}{3} \cdot \left(2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 + \frac{1,0}{4,58}\right)\right) = 0,913 \cdot M_1,$$

т.е. на 8,7% меньше;

при $h_g = 5,67\text{ м}$ из (75) имеем:

$$M_x = \frac{M_1}{3} \cdot \left(2 + \frac{1}{3} \cdot \left(2 + \frac{1,0}{5,67} \cdot \right)\right) = 0,908 \cdot M_1,$$

т.е. на 9,2% меньше.

В соответствии с (30) такие же соотношения имеем и для значений m_x .

Ниже в табл. 1 и 2 приведены значения соответственно коэффициентов c и φ_e при $R_y=210\text{МПа}$. При этом, степень уменьшения значений m_x для вычисления величины $c \cdot \varphi_y$ принята для **2-го случая** равной 15%. В табл. 3 дано Сравнение значений коэффициентов φ_e (из табл. 2) и $c \cdot \varphi_y$ (из табл. 1).

С учетом выше принятого снижения: $m_x/0,85$, в дополнение к выполненным ранее расчетам (см. (62),..., (69)) для случая исходного значения $m_x = 10$ имеем соответствующее ему пониженное значение: $m_x = 8,5$, для которого вычисления коэффициента c выполняем по (48) с учетом (49), (50), поскольку имеем случай

$5 < m_x = 8,5 < 10$. При этом, значения коэффициентов c_5 и c_{10} уже вычислены по (49), (50) соответственно при $m_x = 5$ и $m_x = 10$ - см. табл. 1.

Итак:

1) $m_x = 8,5, \bar{\lambda}_y = 2,9, c_5 = 0,261, c_{10} = 0,13$:
 $c = 0,261 \cdot (2 - 0,2 \cdot 8,5) + 0,13 \cdot (0,2 \cdot 8,5 - 1) =$;
 $= 0,261 \cdot 0,3 + 0,13 \cdot 0,7 = 0,169$

2) $m_x = 8,5, \bar{\lambda}_y = 3,19; c_5 = 0,372, c_{10} = 0,142$:
 $c = 0,372 \cdot 0,3 + 0,142 \cdot 0,7 = 0,211$;

3) $m_x = 8,5, \bar{\lambda}_y = 3,83, c_5 = 0,413, c_{10} = 0,172$:
 $c = 0,413 \cdot 0,3 + 0,172 \cdot 0,7 = 0,244$;

4) $m_x = 8,5, \bar{\lambda}_y = 4,79, c_5 = 0,505, c_{10} = 0,232$:
 $c = 0,505 \cdot 0,3 + 0,232 \cdot 0,7 = 0,314$.

Таблица 1 - Значения коэффициента c при $R_y = 21,0\text{кН} / \text{см}^2$ и % его увеличения

| λ_y | $\bar{\lambda}_y$ | φ_y | $m_x / 0,85m_x$ | | | | |
|-------------|-------------------|-------------|-----------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|--|
| | | | 0 | 1/0,85 | 5/4,25 | 10/8,5 | 15/12,75 |
| 0 | 0 | 1 | 1,0 | 0,588/ 0,627 6,6% | 0,182/ 0,214 17.6% | 0,0909/ 0,118 29.8% | 0,0625/ 0,0727 16.32% |
| 90 | 2,9 | 0,669 | 1,0 | 0,694/ 0,727 4.76% | 0,261/ 0,302 15.7% | 0,13/ 0,169 30.0% | 0,091/ 0,105 15.4% |
| 100 | 3,19 | 0,604 | 1,0 | 0,963/ 1,0 3.84% | 0,372/ 0,429 15.3% | 0,142/ 0,211 48.6% | 0,099/ 0,115 16.16% |
| 120 | 3,83 | 0,482 | 1,0 | 1,0/ 1,0 0% | 0,413/ 0,474 14.8% | 0,172/ 0,244 41.9% | 0,122/ 0,14 14.75% |
| 150 | 4,79 | 0,331 | 1,0 | 1,0/ 1,0 0% | 0,505/ 0,562 11.3% | 0,232/ 0,314 35.3% | 0,168/ 0,192 14.28% |

Таблица 2 - Значения коэффициента φ_e при $R_y = 21,0\text{кН} / \text{см}^2$ и $\eta = 1,25$

| λ_y | $\bar{\lambda}_y$ | $\lambda_x = \lambda_y / 3$ | $\bar{\lambda}_x$ | m_x | | | | |
|-------------|-------------------|-----------------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | | | 0 | 1 | 5 | 10 | 15 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 90 | 2,9 | 30 | 0,96 | 0,952 | 0,606 | 0,218 | 0,117 | 0,079 |
| 100 | 3,19 | 33,333 | 1,064 | 0,941 | 0,593 | 0,215 | 0,116 | 0,078 |
| 120 | 3,83 | 40 | 1,277 | 0,919 | 0,571 | 0,208 | 0,113 | 0,077 |
| 150 | 4,79 | 50 | 1,596 | 0,881 | 0,538 | 0,198 | 0,109 | 0,074 |

Таблиця 3 - Сравнение значений коэффициентов φ_e (табл. 2) и $c \cdot \varphi_y$ (табл. 1.)

| $m_x / 0,85m_x$ | λ_y | $\lambda_x = \lambda_y / 3$ | φ_e | $c \cdot \varphi_y$ |
|-----------------|-------------|-----------------------------|--------------|----------------------|
| 1,0/0,85 | 90 | 30 | 0,606 | 0,464/0,453 |
| | 100 | 33,333 | 0,593 | 0,582/ 0,604* |
| | 120 | 40 | 0,571 | 0,482/0,482 |
| | 150 | 50 | 0,538 | 0,331/0,331 |
| 5,0/4,25 | 90 | 30 | 0,218 | 0,175/0,202 |
| | 100 | 33,333 | 0,215 | 0,225*/0,259* |
| | 120 | 40 | 0,208 | 0,199/ 0,228* |
| | 150 | 50 | 0,198 | 0,167/0,186 |
| 10,0/8,5 | 90 | 30 | 0,117 | 0,087/0,113 |
| | 100 | 33,333 | 0,116 | 0,086/ 0,127* |
| | 120 | 40 | 0,113 | 0,083/ 0,118* |
| | 150 | 50 | 0,109 | 0,077/0,104 |
| 15,0/12,75 | 90 | 30 | 0,079 | 0,0609/0,07 |
| | 100 | 33,333 | 0,078 | 0,0598/0,069 |
| | 120 | 40 | 0,077 | 0,0588/0,067 |
| | 150 | 50 | 0,074 | 0,0556/0,064 |

Примечание к табл. 3: значения $c \cdot \varphi_y$, отмеченные «*», больше соответствующих значений φ_e .

Числовой пример. Размеры поперечного сечения верха колонны следующие:

$$t_w = 1,1 \text{ см}; \quad h_w = 63 \text{ см}; \quad b_f = 20 \text{ см};$$

$$t_f = 1,8 \text{ см};$$

$$h = h_w + 2 \cdot t_f = 63 + 2 \cdot 1,8 = 66,6 \text{ см}.$$

У нас: $\mu_{2,x} = 3,24 > 3$. Принимаем:

$$\mu_{2,x} = 3.$$

При этом, условия (3), (4), (6), (8), ..., (11), (24) удовлетворяются:

$$l_{ef,x}^e = \mu_{2,x} \cdot h_e = 3,0 \cdot h_e = 3,0 \cdot 5,45 = 16,35 \text{ м},$$

$$l_{ef,y}^e = \mu_{2,y} \cdot (h_e - h_{n.б.}) = 1 \cdot (h_e - h_{n.б.}) = h_e - h_{n.б.} = 5,45 - 1,0 = 4,45 \text{ м}$$

$$h_e = 4,58 \dots 5,67 \text{ м}. \text{ У нас: } h_e = 5,45 \text{ м}.$$

$$l_{ef,y}^e = 3,58 \dots 4,67 \text{ м}. \text{ У нас: } l_{ef,y}^e = 4,45 \text{ м}.$$

$$l_{ef,y}^e = (0,78 \dots 0,82) \cdot h_e. \text{ У нас:}$$

$$l_{ef,y}^e = \frac{4,45}{5,45} = 0,8165 \cdot h_e.$$

$$b_f = \left(\frac{1}{5} \dots \frac{1}{3}\right) \cdot h. \text{ У нас:}$$

$$b_f = \frac{20}{66,6} = \frac{1}{3,33} \cdot h.$$

$$I_x = 98523,14 > I_y = 2406,99 \text{ см}^4,$$

$$i_x = 26,41 > i_y = 4,13 \text{ см}.$$

$$\frac{i_x}{i_y} \approx 5,62 \dots 11,27, \quad i_x \approx (5,62 \dots 11,27) \cdot i_y.$$

У нас: $\frac{i_x}{i_y} = \frac{26,41}{4,13} = 6,395.$

Также удовлетворяются соотношения (25), ..., (28):

по (25): $\lambda_x = (0,534 \dots 0,266) \cdot \frac{h_e}{i_y};$

у нас: $\lambda_x = \frac{l_{ef,x}^e}{i_x} = \frac{1635}{26,41} = 61,91;$

$$\frac{h_e}{i_y} = \frac{545}{4,13} = 131,96 \text{ и}$$

$$\lambda_x = \frac{61,91}{131,96} = 0,469 \cdot \frac{h_e}{i_y};$$

по (26): $\lambda_y = \frac{l_{ef,y}^e}{i_y} = (0,78 \dots 0,82) \cdot \frac{h_e}{i_y};$

у нас: $\lambda_y = \frac{l_{ef,y}^e}{i_y} = \frac{445}{4,13} = 107,75 \text{ и}$

$$\lambda_y = \frac{107,75}{131,96} = 0,817 \cdot \frac{h_e}{i_y}.$$

Тогда имеем случай:

$$\lambda_y = 107,75 > \lambda_x = 61,91, \text{ т.е. гибкость}$$

верхней части колонны **из ее плоскости** больше, чем гибкость ее в ее плоскости:

по (28): $\frac{\lambda_y}{\lambda_x} \approx 1,46...3,08$, у нас:

$$\frac{\lambda_y}{\lambda_x} = \frac{107,75}{61,91} \approx 1,74.$$

По (31) при $\lambda_x = 50...90$ имеем:

$$\bar{\lambda}_x = 1,6...2,9 \quad \text{при} \quad R_y = 21 \text{кН/см}^2 \quad \text{и}$$

$$\bar{\lambda}_x = 1,67...3,0 \quad \text{при} \quad R_y = 23 \text{кН/см}^2.$$

У нас: при $\lambda_x = 61,91$,

$$\bar{\lambda}_x = \lambda_x \cdot \sqrt{\frac{R_y}{E}} = 61,91 \cdot \sqrt{\frac{23}{20600}} = 2,07$$

и $e_x = \frac{M_{\max}}{N_{\text{соотв}}} = 115,29 \text{см}$ имеем:

$$m_x = \frac{e_x \cdot A}{W_x} = \frac{176,3 \cdot 166,3}{3578,6} = 5,51,$$

т.е. в соответствии с (33) лежит в пределах: $1 < m_x = 5,51 < 15$.

Коэффициент влияния формы сечения η для двутавра у нас также удовлетворяет условию (34): $< 1,2\eta = 1,25 \leq 1,25$.

Тогда у нас в соответствии с (30): $m_{ef} = \eta \cdot m_x = 1,25 \cdot 5,51 = 6,89$, т.е. условие (35) выполняется:

$$1,2 < m_{ef} = 6,89 < 18,75.$$

По табл. Ж.3 приложения Ж [1] находим значение коэффициента φ_e , удовлетворяющее условию (36):

$$0,5 > \varphi_e = f(\bar{\lambda}_x = 2,07;$$

$$m_{ef} = 6,89) = 0,171 > 0,07.$$

Условия по предельным гибкостям (41),..., (45) в нашем примере выполняются:

по (41): $0 < \lambda_y \leq 102,74$, и, соответственно по (42): $0 < \lambda_y \leq 150$.

У нас $\lambda_x = 61,91$, $\lambda_y = 107,75$.

При $\lambda_y = 150$ имеем соответственно:

$$\bar{\lambda}_y = \lambda_y \cdot \sqrt{\frac{R_y}{E}} = 150 \cdot \sqrt{\frac{21}{20600}} = 4,79$$

при $R_y = 21 \text{кН/см}^2$,

$$\bar{\lambda}_y = \lambda_y \cdot \sqrt{\frac{R_y}{E}} = 150 \cdot \sqrt{\frac{23}{20600}} = 5,012$$

при $R_y = 23 \text{кН/см}^2$, т.е.:

$$0 < \bar{\lambda}_y \leq 4,79 \quad \text{при} \quad R_y = 21 \text{кН/см}^2,$$

$$0 < \bar{\lambda}_y \leq 5,012 \quad \text{при} \quad R_y = 23 \text{кН/см}^2.$$

У нас: $\bar{\lambda}_y = 3,44$ при $R_y = 21 \text{кН/см}^2$ и $\bar{\lambda}_y = 3,6$ при $R_y = 23 \text{кН/см}^2$.

По табл. Ж.1 приложения Ж [1] для $\bar{\lambda}_y = 3,6$ и типа кривой устойчивости «b» находим значение соответствующего коэффициента продольного изгиба, используемого в условии устойчивости (2): $\varphi_y = 0,524$.

В соответствии с п. 10.2.5 [1] значение коэффициента c , также входящего во второе выражение (2), зависит от значений m_x и $\bar{\lambda}_y$ (или, что то же, от φ_y).

Имеем случай (46), поскольку у нас $0 < m_x = 4,61 < 5$.

У нас коэффициент α_c в зависимости от значений $0 < m_x = 4,61 < 5$ в соответствии с табл. 10.2 [1] равен:

$$\alpha_c = 0,65 + 0,05 \cdot m_x = 0,65 + 0,05 \cdot 4,61 = 0,88.$$

По (53) с учетом (54) при $\bar{\lambda}_y = 3,6 > 3,14$: $\beta_c = \sqrt{\frac{\varphi_c}{\varphi_y}} = \sqrt{\frac{0,615}{0,524}} = 1,08$,

По (57) при $\frac{b_f}{h} = \frac{1}{3,33} = 0,3$ и $\bar{\lambda}_y = 3,6$

$$\text{имеем: } \nu = 1 - \frac{3,6}{14} \cdot (2,12 - 0,3) = 0,532.$$

Тогда при $0 < m_x = 4,61 < 5$ по (46) имеем:

$$c = \frac{1,08}{1 + 0,88 \cdot 0,532 \cdot 4,61} = 0,342 < 1 \quad \text{и}$$

$$c \cdot \varphi_y = 0,324 \cdot 0,524 = 0,179.$$

Имеем случай:

$\varphi_e = 0,171 < c \cdot \varphi_y = 0,179$, разница составляет 4,45%. Этот случай в соответствии с данными табл. 3 носит частный характер, поскольку попадает в окрестности значений: $m_x = 5$ и $\lambda_y = 100$.

Выводы.

1. Как следует из результатов, приведенных в табл. 1, ..., 3, на значения коэффициентов φ_e и c существенно влияют

значения относительных эксцентриситетов m_x , с увеличением которых значения φ_e и c значительно снижаются.

2. Из результатов табл. 3 имеем вывод о том, что **при условии равенства** значений относительных эксцентриситетов m_x в подавляющем большинстве случаев будет иметь место соотношение: $c \cdot \varphi_y < \varphi_e$. Исключение составляет лишь окрестности значений $m_x = 5$ и $\lambda_y = 100$.

3. При **условии различия** значений относительных эксцентриситетов m_x на 15% (значение m_x для вычисления коэффициента c меньше, чем для вычисления коэффициента φ_e), в большинстве случаев (см. табл. 3) также имеет место соотношение: $c \cdot \varphi_y < \varphi_e$, т.е. **запас устойчивости** верхней части ступенчатой колонны **из ее плоскости меньше**, чем в плоскости. В остальных случаях реализуется соотношение $c \cdot \varphi_y > \varphi_e$, однако значения сравниваемых величин достаточно близки, хотя **запасы устойчивости** верхней части колонны **из ее плоскости несколько больше**, чем в ее плоскости.

4. Как показано в работе, при проектировании и расчете верхней части ступенчатой колонны следует иметь в виду соотношение ее гибкостей (28). В табл. 2 и 3 оно учтено условием $\lambda_x = \lambda_y / 3$. При этом учитывалось, что $\lambda_y \leq \lambda_{пред} = 150$.

ЛИТЕРАТУРА:

1. ДБН В.2.6-198:2014. Сталеві конструкції. Норми проектування, виготовлення і монтажу. – К.: Мінрегіонбуд України, 2014.- 198с.
2. Лихтарников Я.М., Ладыженский Д.В., Клыков В.М. Расчет стальных конструкций: Справ. пособие. - К.: Будівельник, 1984. - 368с.
3. Клименко Ф.Є., Барабаш В.М., Стороженко Л.І. Металеві конструкції: Підручник.-Львів, Світ, 2002.-312с.
4. Нілов О.О., Пермьяков В.О., Шимановський О.В., Білик С.І., Лавріненко Л.І., Белов І.Д., Володимирський В.О. Металеві конструкції: Загальний курс: Підручник для вищих навчальних закладів.- К.: Видавництво «Сталь», 2010.-869с.
5. Металлические конструкции. В 3т. Т.2. Конструкции зданий: Учеб. Для строит. вузов/ В.В. Горев, Б.Ю.Уваров, В.В. Филиппов, Б.И. Белый и др. - М.: Высш. шк., 2004. - 528с.
6. Steel designers' manual / the Steel Construction Institute (Great Britain); edited by Buick Davison, Graham W. Owens. A John Wiley & Sons, Ltd., Publication - 7th ed. - 2012. - 1450p.
7. Charles G Salmon, John E Johnson. Steel Structures – Design and Behavior. 3rd Edition. New York: Harper&Row, 1990.
8. Xiao Yan, Anderson J.C. Design of Steel Structures. Higher Education Press. 2007, 262p.

Рецензент: д-р техн. наук І.В. Шумаков

УДК 624.014

**Перетяцько Ю.Г., Чередник Д.Л., Агеєнко С.Б., Ляшенко І.Ю.,
Халметов А., Худайбергенів І.**

Харьковский национальный университет строительства и архитектуры

НОВЫЕ АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ ЖЕСТКОСТЕЙ УЧАСТКОВ СТУПЕНЧАТОЙ КОЛОННЫ СТАЛЬНОГО КАРКАСА

Постановка проблемы. В известной литературе [1-4] традиционный расчет поперечной рамы стального каркаса включает в себя: построение упрощенной П-образной расчетной схемы поперечной

рамы; ее статический расчет; подбор сечений верхней и нижней частей ступенчатой колонны, а также фермы покрытия, и их проверки на прочность и устойчивость по